**JOBSHEET MATEMATIKA DISKRIT**

Pertemuan ke- : 10

Materi : Aljabar Boolean

Tujuan : Mahasiswa mampu memahami tentang definisi Aljabar Boolean dan mampu melakukan perhitungan Aljabar Boolean matematika

1. **Teori Dasar**

Aljabar Boolean ditemukan oleh George Boole pada tahun 1854, merupakan suatu jenis simbol untuk memanipulasi nilai-nilai kebenaran logika secara aljabar (Jong Jek Siang, 2006). Aljabar Boolean didefinisikan sebagai suatu himpunan dengan operasi , , dan atau ( ‘) serta elemen 0 dan 1.

* Tujuan utama dari Aljabar Boolean adalah untuk ekspresi logika yang paling sederhana, sehingga lebih efisien ketika diimplementasikan dalam suatu sirkuit. Aljabar Boolean cocok untuk diterapkan pada komputer.
* Untuk lebih menyerupai operasi-operasi aritmatika, kadang-kadang simbol dituliskan sebagai “\*” (bisa diganti dengan tanda titik atau tidak ditulis sama sekali) dan dituliskan sebagai “+”.

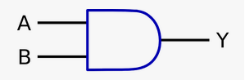
1. **Gerbang Logika pada Aljabar Boolean**

Gerbang logika adalah suatu pemroses dasar yang mengolah masukan-masukan biner. Hasil pemrosesan dari gerbang logika sama dengan operator pada logika matematika yang sudah dibahas sebelumnya. Nilai kebenaran dari suatu gerbang logika dapat digambarkan dalam sebuah tabel kebenaran.

Gerbang logika dasar pada aljabar boolean ada 3, yaitu:

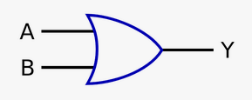
1. Gerbang Logika AND
2. Simbol: b. Tabel Kebenaran

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **x** | **Y** | **x.y** |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |



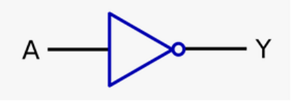
1. Gerbang Logika OR
2. Simbol b. Tabel Kebenaran

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **x** | **Y** | **x+y** |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |



1. Gerbang Logika NOT
2. Simbol b. Tabel Kebenaran

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **x'** |
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |



1. **Hukum-hukum pada Aljabar Boolean**

Aljabar Boolean didefinisikan sebagai aljabar yang berhubungan dengan variabel-variabel biner dan operasi logika yang memenuhi sifat-sifat berikut ini:

|  |  |
| --- | --- |
| Hukum Identitas: | Hukum Null/Dominasi: |
| Hukum Komplemen: | Hukum Idempoten: |
| Hukum Involusi: | Hukum Penyerapan/Absorbsi: |
| Hukum Komutatif: | Hukum Asosiatif: |
| Hukum Distributif: | Hukum De Morgan: |

* Dalam Aljabar Boolean dikenal **Prinsip Dualitas**. Jika operator ditukar dengan , dan 0 ditukar dengan 1 pada seluruh aturan/hukum pada Aljabar Boolean, maka hasilnya juga berlaku sebagai suatu Aljabar Boolean.

1. **Membuat Fungsi dari Tabel Kebenaran**

Untuk membuat fungsi dari tabel kebenaran bisa menggunakan salah satu dari 2 cara, yaitu **Sum Of Product (SOP)** atau **Product Of Sum (POS)**.

**Contoh:**

Buatlah fungsi dari tabel kebenaran berikut ini!

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **x** | **y** | ***Out*** |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

**Cara 1: Sum Of Product (SOP)**

* Ubah data berlogika satu menjadi variabel masukannya, misalnya x dan data berlogika nol menjadi komplemen dari variabel masukannya, misalnya x’. Tabel kebenaran di atas, pada langkah ini dapat diubah menjadi:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **x** | **y** | ***Out*** |
| x | y | 1 |
| x | y' | 0 |
| x' | y | 1 |
| x' | y' | 1 |

* Langkah 2: Menggunakan operator AND pada masing-masing baris yang *out*-nya sama dengan 1 ke arah baris (dari kiri ke kanan), kemudian menggunakan operator OR dari atas ke bawah.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | **y** | ***Out*** |  |
| x | y | 1 | x.y |
| x | y' | 0 |  |
| x' | y | 1 | x’.y |
| x' | y' | 1 | x’.y’ |
| **Fungsi yang dihasilkan:** | | | **(x.y) + (x’.y) + (x’.y’)** |

**Cara 2: Product Of Sum (POS)**

* Ubah data berlogika nol menjadi variabel masukannya, misalnya x dan data berlogika satu menjadi komplemen dari variabel masukannya, misalnya x’. Tabel kebenaran di atas, pada langkah ini dapat diubah menjadi:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **x** | **y** | ***Out*** |
| x' | y' | 1 |
| x' | y | 0 |
| x | y' | 1 |
| x | y | 1 |

* Langkah 2: Menggunakan operator OR pada masing-masing baris yang *out*-nya sama dengan 1 ke arah baris (dari kiri ke kanan), kemudian menggunakan operator AND dari atas ke bawah.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | **y** | ***Out*** |  |
| x' | y' | 1 |  |
| x' | y | 0 | x’ + y |
| x | y' | 1 |  |
| x | y | 1 |  |
| **Fungsi yang dihasilkan:** | | | **x' + y** |

1. **Menyederhanakan Ekspresi Boole**

Tujuan utama dari Aljabar Boolean adalah untuk mendapatkan ekspresi logika yang paling sederhana. Fungsi yang dihasilkan dari metode Sum Of Product (SOP) dan Product Of Sum (POS) mungkin masih belum sederhana sehingga perlu proses penyederhanaan dengan cara aljabar.

**Contoh 1 :**

Buktikan bahwa Fungsi Boolean yang didapatkan dari cara Sum Of Product (SOP) ekuivalen dengan yang didapatkan dengan cara Product Of Sum (POS) pada soal sebelumnya!

Pada soal sebelumnya, diperoleh fungsi berikut melalui cara Sum Of Product (SOP):

f(x,y) = *Out* = (x.y)+(x’.y)+(x’.y’)

Sedangkan dengan cara Product Of Sum (POS) diperoleh fungsi berikut:

f(x,y) = *Out* = x’+y

**Penyelesaian:**

Kita sederhanakan fungsi yang diperoleh melalui Metode SOP:

(Hukum Distributif)

(Hukum Komplemen)

(Hukum Identitas)

(Hukum Distributif)

(Hukum Komplemen)

(Hukum Identitas)

Dengan demikian, terbukti bahwa f(x,y) = (x.y) + (x’.y) + (x’.y’) **ekuivalen** dengan

f(x,y) = x’ + y.

**Contoh 2:**

Sederhanakan fungsi berikut ini dengan Aljabar Boolean!

A’B’C’D’ + A’B’CD + AB’C’D

**Penyelesaian:**

**TUGAS**

1. Buatlah rangkaian untuk mengalikan dua bit bilangan biner! Buat pula tabel kebenarannya, buat fungsinya dengan cara SOP dan POS, kemudian sederhanakan!
2. Buatlah sebuah fungsi dari tabel kebenaran berikut ini, kemudian sederhanakan!

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | **y** | **z** | ***Out*** |
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

1. Sederhanakanlah Ekspresi Boole di bawah ini dengan Aljabar Boolean!
2. x'y + xy’ + y’
3. x’z + x’yz
4. (x+y’)(x’+y’)
5. x’y’z’ + xyz’ + xy’z’ + x’y’z + xy’z